

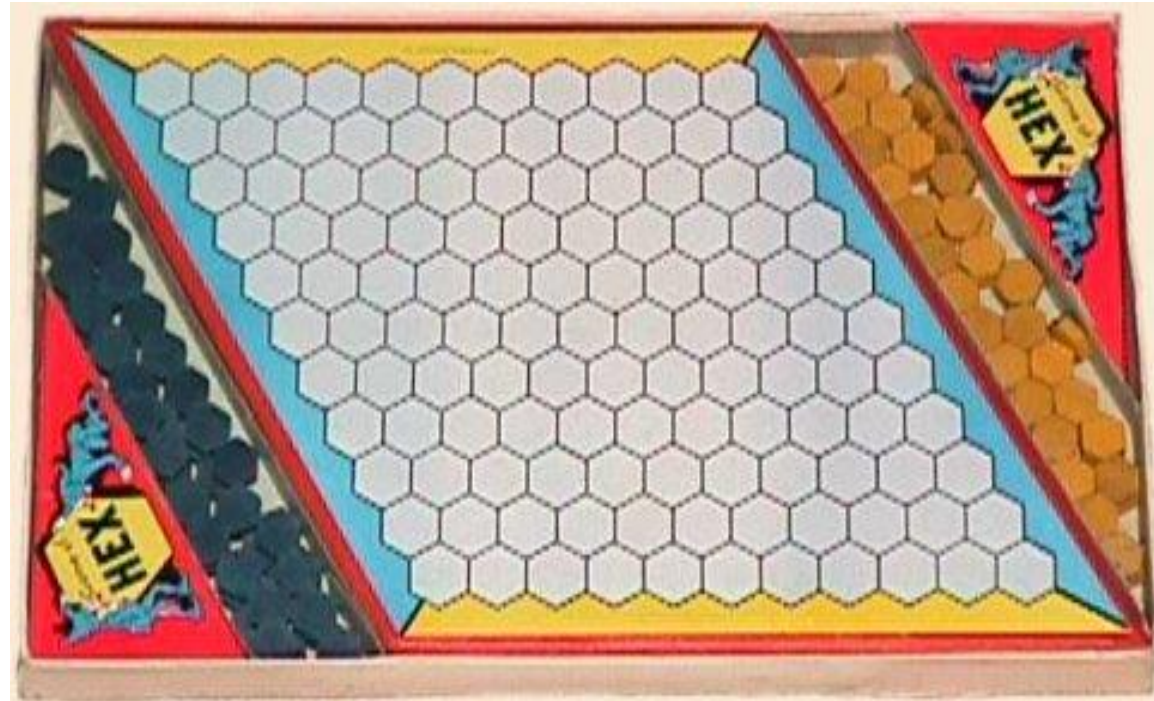
HEX – the full story

Piet Hein and John Nash: BEAUTIFUL MINDS

Piet Hein
1905-1996
Hex 1942



John Nash
1928-2015
Hex 1949



**Talk at NORCOM2019, August 5-7, 2019
By Bjarne Toft, IMADA,
University of Southern Denmark**

HEX

The Full Story

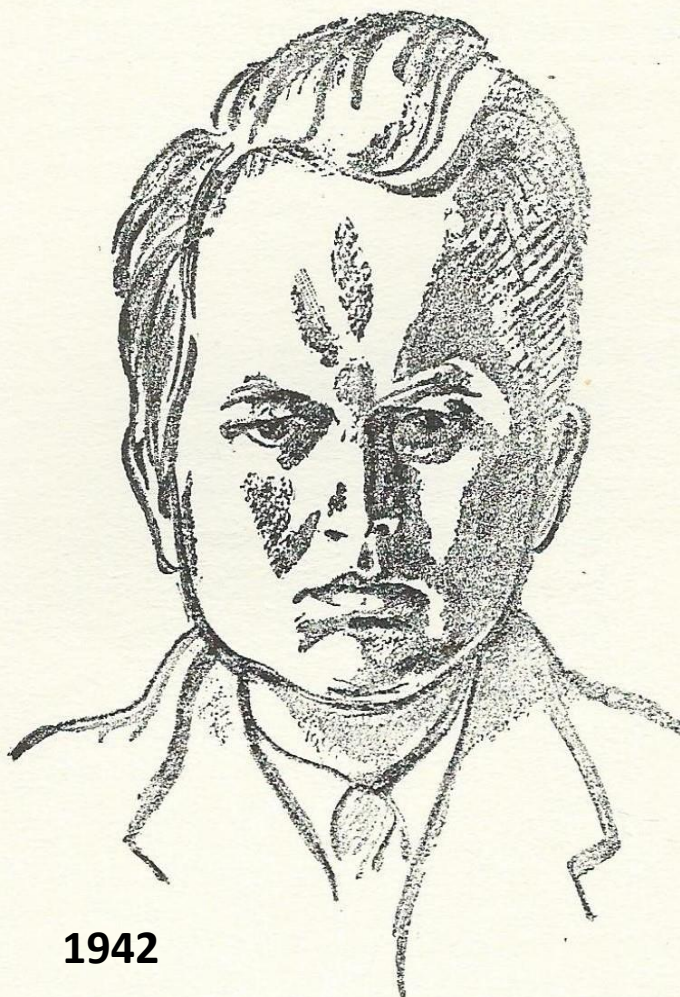
Ryan B. Hayward
with Bjarne Toft

 **CRC Press**
Taylor & Francis Group
A CHAPMAN & HALL BOOK

New book 2019

- Table of Contents
- Birth
- Preparing to launch
- Polygon in Politiken
- The Polygon puzzlist
- Rebirth
- More games, and machines
- Hex goes global
- Is Hex easy?
- Hex theory
- Rex theory
- The quest for strategies
- The rise of the bots
- Epilogue, Chronology
- Appendix A: Politiken Polygon Puzzles
- Appendix B: Unpublished Lindhard Puzzles
- Appendix C: Henderson Hex Puzzles
- Appendix D: Rex Puzzles
- Appendix E: Open Problems

Piet Hein 1905-1996



1942

Piet Hein

tegnet af Ernst Hansen.



Gammeltorv (Old Square) in Copenhagen

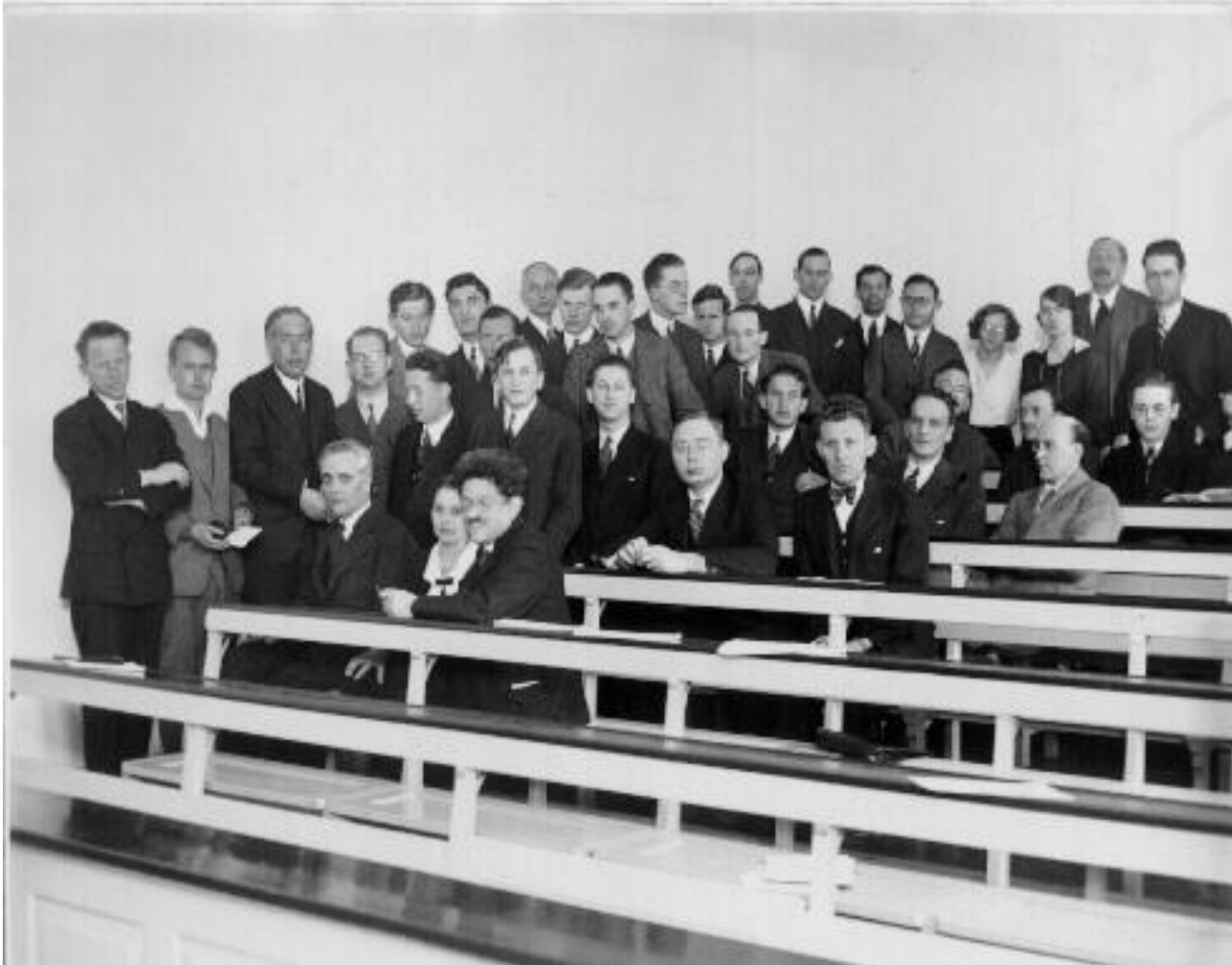
Piet Hein's
childhood home



Graduating from high school in 1924



Copenhagen Conference 1932



Heisenberg, Werner Karl; Hein, Piet;
Bohr, N.; Brillouin, Leon Nicolas;
Rosenfeld, Leon; Delbrück, Max; Heitler,
Walter; Meitner, Lise; Ehrenfest, Paul;
Bloch, Felix; Waller, Ivar; Solomon,
Jacques; Fues, Erwin; Strømgren, Bengt;
Kronig, Ralph de Laer; Gjelsvik, A;
Steensholt, Gunnar; Kramers, Hendrik
Anton; Weizsäcker, Carl Friedrich von;
Ambrosen, J.P.; Beck, Guido; Nielsen,
Harald Herborg; Buch-Andersen; Kalckar,
Fritz; Nielsen, Jens Rud; Fowler, Ralph
Howard; Hyllerås, Egil Andersen; Lam,
Ingeborg; Rindal, Eva; **Dirac, Paul Adrian
Maurice;** N.N.; Darwin, Charles Galton;
Manneback, Charles; Lund, Gelius

Politiken Dec. 26, 1942

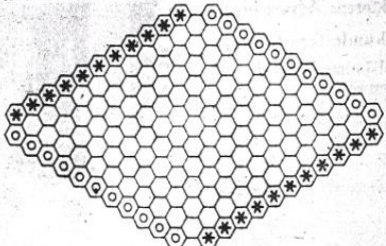
POLITIKEN

26. December 1942

Vil De lære Polygon?

Piet Hein har konstrueret et Spil, der med lige stor Glæde kan dyrkes af Skakelsperter og den, der blot kan holde en Blyant

„Politiken“ udskriver i Dag en Præmieopgave, der vil volde Hovedbrud for Begyndere



Saaledes ser Polygon-Spilbrættet ud.

DER er dukket et helt nyt spændende Tidsfordriv frem. Forhåbentlig er følgende:

Ved et Møde for et Par Uger siden i den matematik-naturvidenskabelige Forening med det formålige Navn „Polycentrum“, hvoril man ogsaa havde deltaget Medlemmerne af „Studentforeningen Skakklub“, holdt Forfatteren, Ingeniør Piet Hein et Foredrag med Titelet Matematik betragtet som Spil — Spillet Matematik og han endte med at demonstrere et Brætspil, som han har konstrueret efter en helt ny Ide. Spillet kaldes Straks Begyndelse, og det er ogsaa blevet trykt trykt i en lille Kreds af Interesserede, der hævder, at man her i forenklet Form har faaet et Spil, der rummer alle Skakspillets Problemer, men kræver langt færre Forudsætninger for at kunne i Gænge.

Det morsomme er, at det nye Spil trods sin matematiske Opsindelse er saare enkelt og letforstaaeligt. Det kan spilles af enhver, der bare kan holde paa en Blyant, og alligevel rummer det en Rigdom af Muligheder. Drevne Skakspillere har forsværet søgt at komme til Bunde i det nye Spil for at se, om man ikke kunde finde et System, der sikrede, at den, der tog det Indledende Træk, ogsaa var sikret paa at vinde, men ingen har kunnet løse dette Problem. Politiken giver i Dag Spillet, som har faaet Navnet Polygon, videre til alle Læsere.

I den følgende Artikel vil Piet Hein selv give den første Instruktion Vejledning.

En mulig Aabning af Spillet — det er nu Hvide Tur.

En mulig Aabning af Spillet — det er nu Hvide Tur. Her er Resultatet.

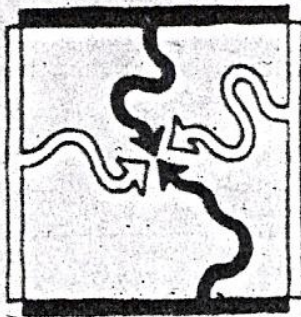
Spillet eneste Regel

Spillet eneste Regel

Forretning af Fruget-Krestau og NIELSEN, HILDE og Armand Rasmussen, de Frk. Støbemeister Assistent Fuldmægtig Larsen, søn af Hr. Søren Lund og Poulsen, søn af Frk. Helge og Jørgen V. Jørgensen.

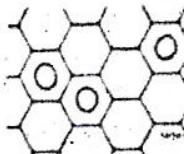
Kr. Løsningerne skal være indsendt til „Politiken“s Redaktion inden Onsdag den 30. ds., og Konvoluten skal være tydeligt mærket „Polygon“

Polygonspillet's Opfinder, Piet Hein, præsenterer Spillet



Maade, at de kor sammenhængende, Forbindelse mellem to Fronter.

Nu kan enhver staaende Spillebræ



Kontakt, Vinkel

En at de Erfaringer at man ikke altid ligger liggende klædt takt — se Tegning bindelsen mellem Felter ligger i Vinklen, og de to mellem ubesatte, saa er For det er tidsnok temmeliggende Feltstilling, er noget

Ideen to Halvdele.

Men herefter giver vi Ordet til Piet Hein som Opfinderen af Polygon-Spillet.

Spillet bygger paa det enkle Faktum, at to Linjer inden for en Firkant, som hver forbinder et Par modstaaende Sider

Den første Polygon-Op

Et Spil, De
straks kan spille

Et Spil for
Eksperter

Mine Herskaber -
Der er afvarstet!!



Ja, man er virkelig i Stand til helt at glemme
Omgivelserne, — selv om de er nok saa urolige —
naar man først fordyber sig i et Spil POLYGON.
Piet Heins nye, morsomme Spil, som De allerede
kender fra Politikens Spalter, er nu udkommet
i Blokke. Der er 50 Spil i hver Blok, altsaa nok
til et helt Selskab eller en hal Nat i Beskyttel-
sesrummet — om det skulde gaa saa galt!
Faas i enhver Boghandel, 50 Oere pr. Blok.
1. Oplag: 20.000 Exemplarer eller 1 Million Spil.

Det vil besatte Dem!
POLITIKEN

ok til et
Selskab.

Let i Lommen,
altid parat

Playing Polygon in a bombshelter Ladies and Gentlemen: the all clear HAS sounded!

IKEN

Et Spil, De
straks kan spille

Et Spil for
Eksperter

Ja, saa er vi
i Remisen!!



Vantetiden bliver til Ferie, naar den
fordrivas med et Spil POLYGON,
Piet Heins nye morsomme Spil, som
De kender fra Politikens Spalter.
POLYGON er nu udkommet i Blokke
à 50 Oere med 50 Spil i hver. 1. Oplag:
20.000 Ekspl. Faas i enhver Boghandel.
P. S. Polygon kan forresten netop aldrig ende
i remis'en!

Det vil besatte Dem!
POLITIKEN

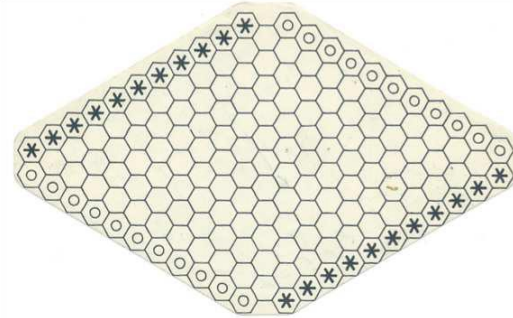
Spil nok til et
helt Selskab.

Let i Lommen,
altid parat

And in
a tram
after
arriving
at the
depot

Polygon Pads with 50 games for 50 øre

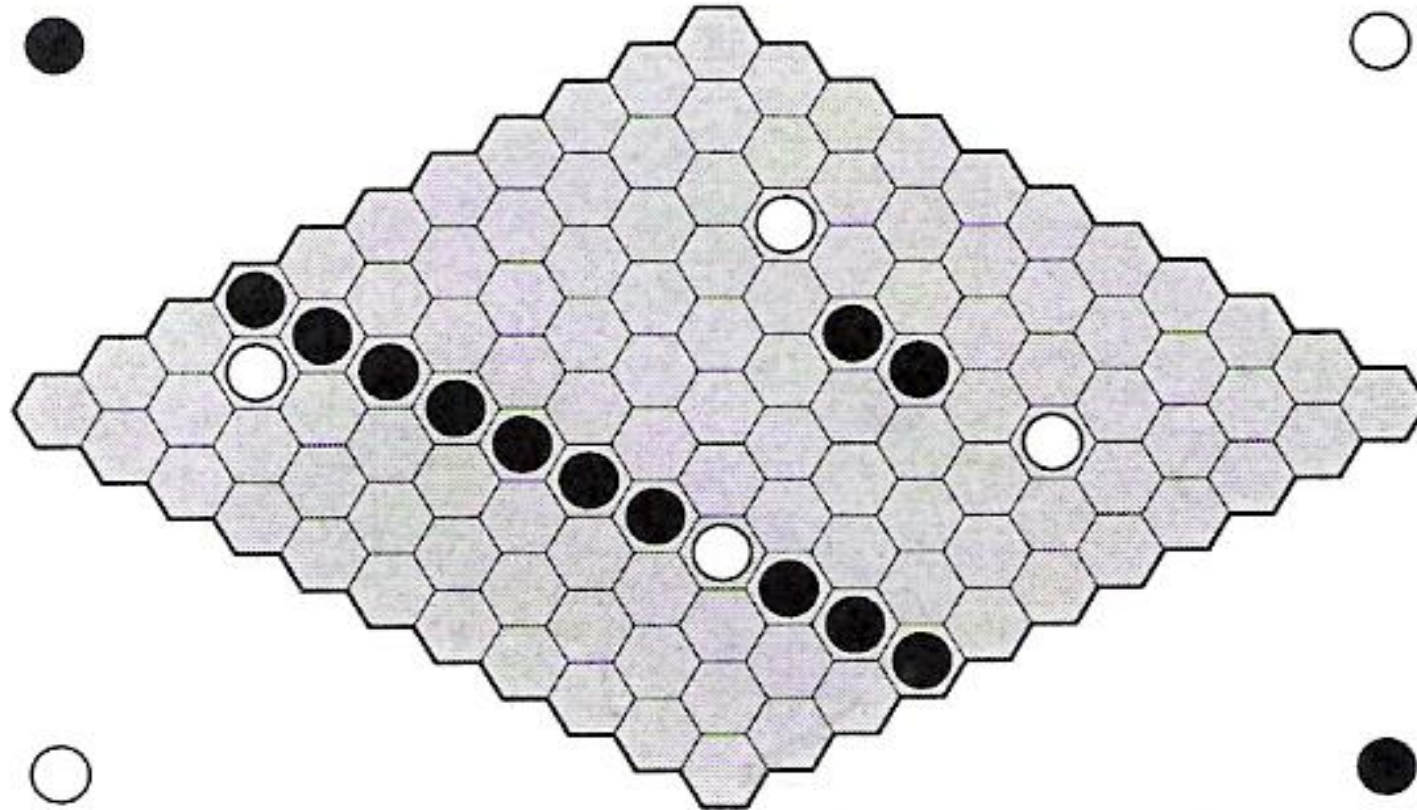
- Life is almost like a game
- Easy – hard – decide your aim
- With the simplest rules you start
- Most easy then to make it hard



spilles af to Spillere: Hvid og Sort, som har Mærkerne henholdsvis:
○ og * Hver Spiller har to modstaaende Fronter, afmærkede i Felterne.
— Man skiftes til at sætte sit Mærke i et hvilket som helst tomt Felt — og fortsætter indtil den ene har vundet. — Det gælder for hver Spiller om at besætte Felter paa en saadan Maade, at de danner en sammenhængende omend nok saa snoet Forbindelse mellem vedkommende Spillers to Fronter.

Piet Hein Problem 1

White plays and wins !



Who composed the puzzles?

Search for composers, December 1942

- In order to bring POLYGON to a larger audience — which we all want — we need a large supply of Polygon puzzles. So I urge anyone with an interest in the game to construct such puzzles. Some puzzles arise naturally during a game. We seek puzzles for all board sizes, from 5x5 to the standard 11x11. Puzzles for smaller boards are especially desired. Send POLYGON puzzles, with commentary, to me. Empty POLYGON gamesheets will be sent to puzzle-makers free of charge. Among the best of those puzzles submitted this week, one will be picked at random on December 12, 1942 to receive a special prize: a Christmas goose.

Politiken Jan. 26, 1943. Hex-salon

Mandag d. 1. Februar Kl. 20: Polygon-Aften. Den omsiggribende Mani med Polygon-Spillet har foranlediget Spillets Fader *Piet Hein* til, sammen med **en Ekspert i Spillet Jens Lindhard**, at demonstrere Spillets Grundtræk og de finere Spillevink, og de vil paa en Kæmpemodel af Spillebrættet spille med Tilhørerne og besvare Spørgsmaal.

Billetter faas i „Politiken“s Billetsalg, Raadhuspladsen, i Dag fra Kl. 9 til 18 — gratis for vore Abonnenter mod Aflevering af Kupon I paa Abonnementskvitteringen. Der betales kun 25 Øre i Garderobe pr. Billet. Uden Kupon faas Billetter à 1½ Kr. og 1 Kr. 75 Øre.

- The spreading mania for playing Polygon has caused the father of the game, Piet Hein, together with **an expert, Jens Lindhard**, to demonstrate the basics and finer hints, and they will play with members of the audience on a giant board and answer questions.

Jens Lindhard, 20 years old in 1942



Niels Bohr
Birthday photo
November 1942



Lindhard playing field hockey in the early 1940s

Jens Lindhard 1922-1997



Karen Thorborg Puzzle 1943

22.1.43

Dear JL! If it is worth anything, then use it. But it is of course easy enough to construct a not analyzed problem. PH

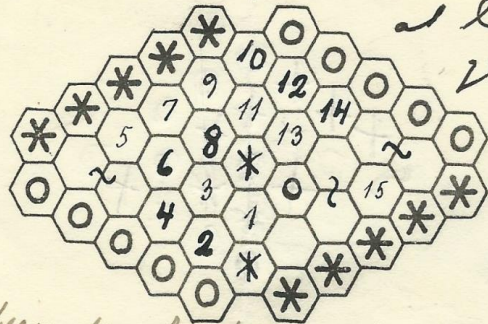
In this problem White starts and win, but only after the 15th move, and under constant threats from Black's side. I tried very many (but not all!) other possibilities for White's first move, but found each time a counter move from Black.

Kind regards stud.mag. Karen Thorborg, Horserødvej 20, Copenhagen Ø

POLYGON—SPILLEBRÆT **5 × 5**

22. 1. 43.

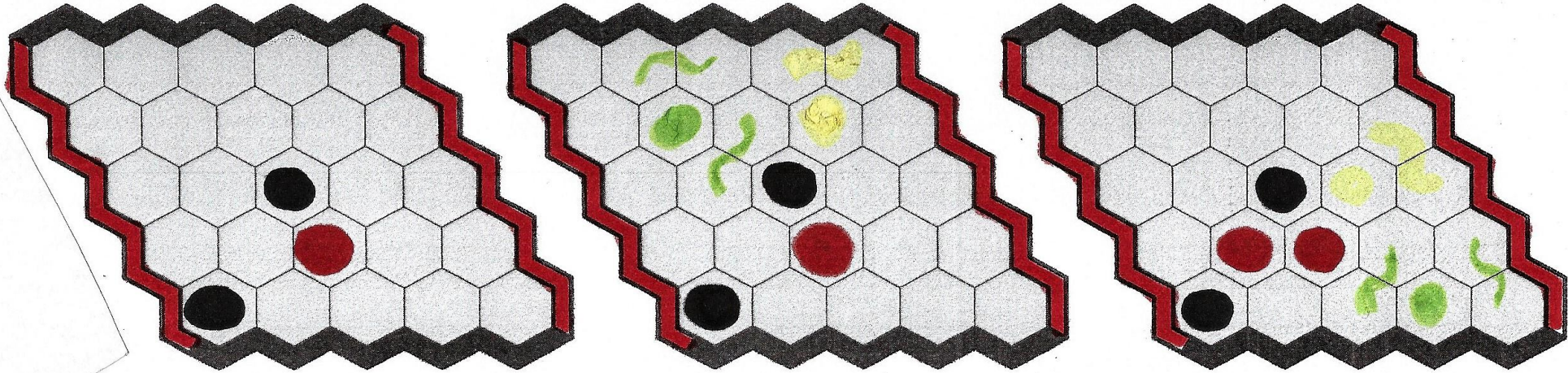
Kære J.L.! En det meget vord,
som bekræft det. Det er
jo ellers meget nok
at have en lille
vennemæssig
opgave!



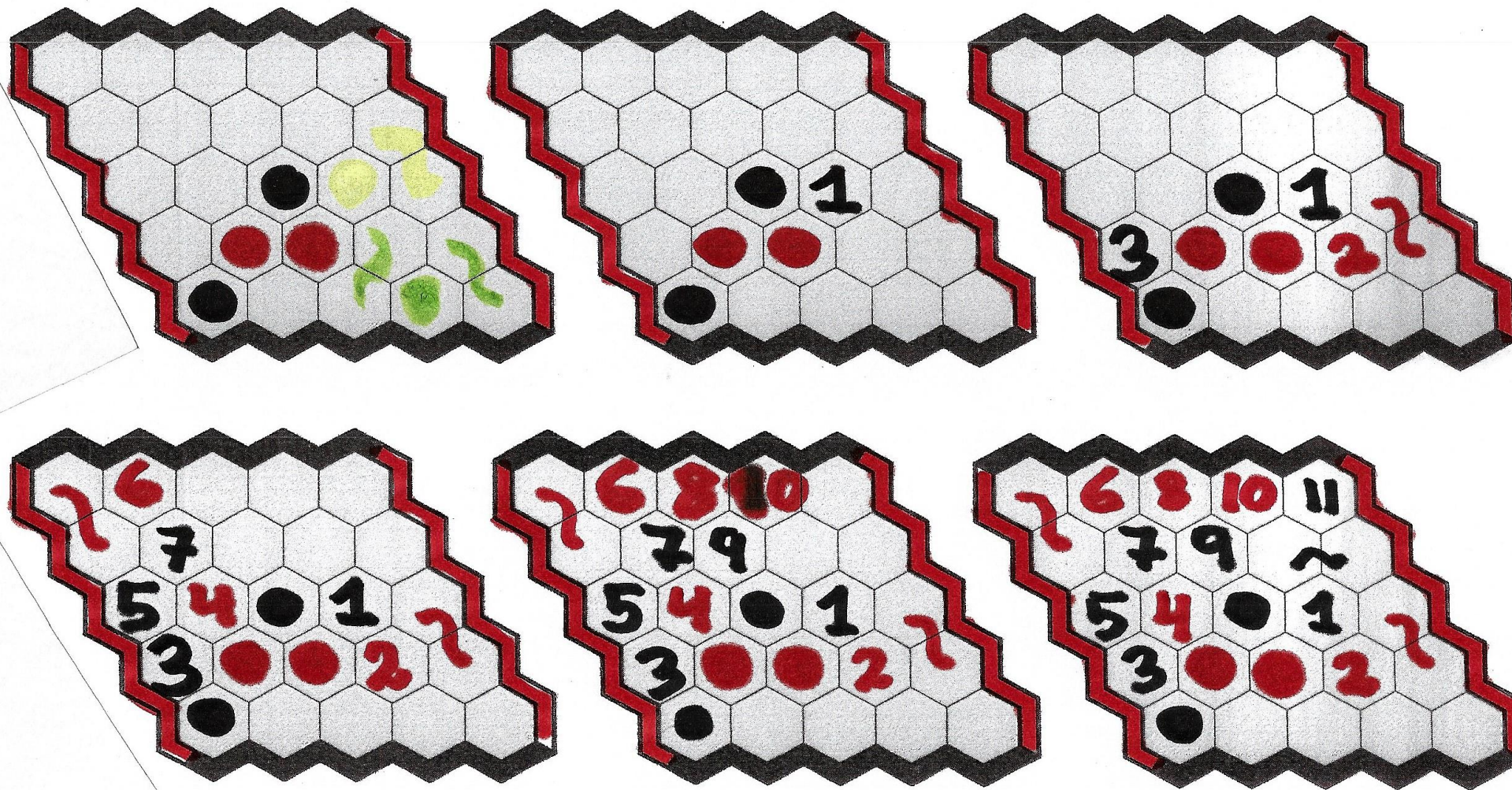
Denne Opgave begynder hvid-og vindes, men først efter
15 Træk og under stadige Trusler fra sort's Side.
Jeg har prøvet adskillige (men ikke alle!) andre Mul-
igheder for hvids første Træk, men har hver Gang
fundet et Modtræk fra sort's Side.

Venlig Hilsen. stud. mag. Karen Thorborg
Horserødvej 20. København Ø

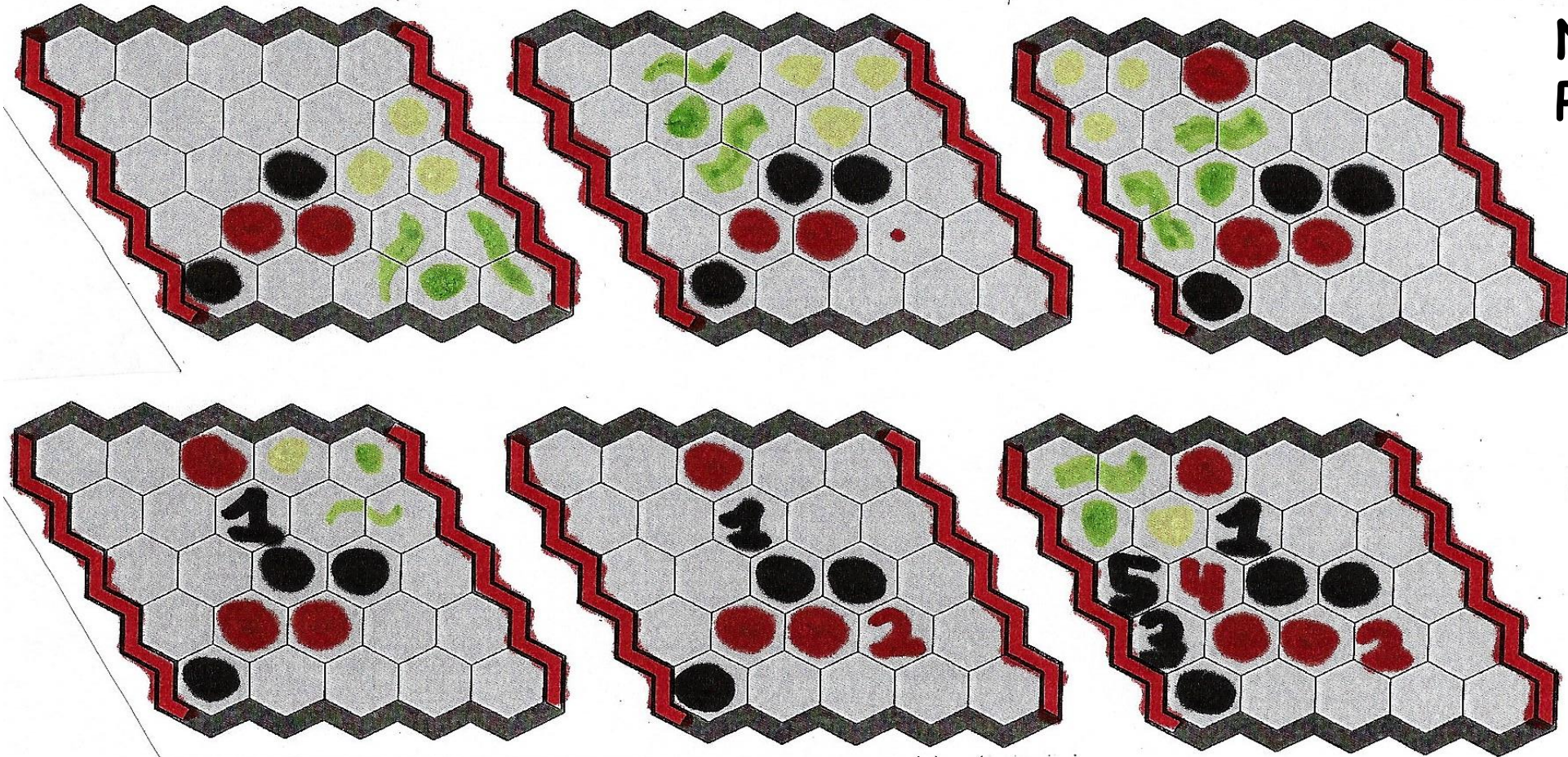
Thorborg's suggestion for a winning move for RED



Jens Lindhard's insight

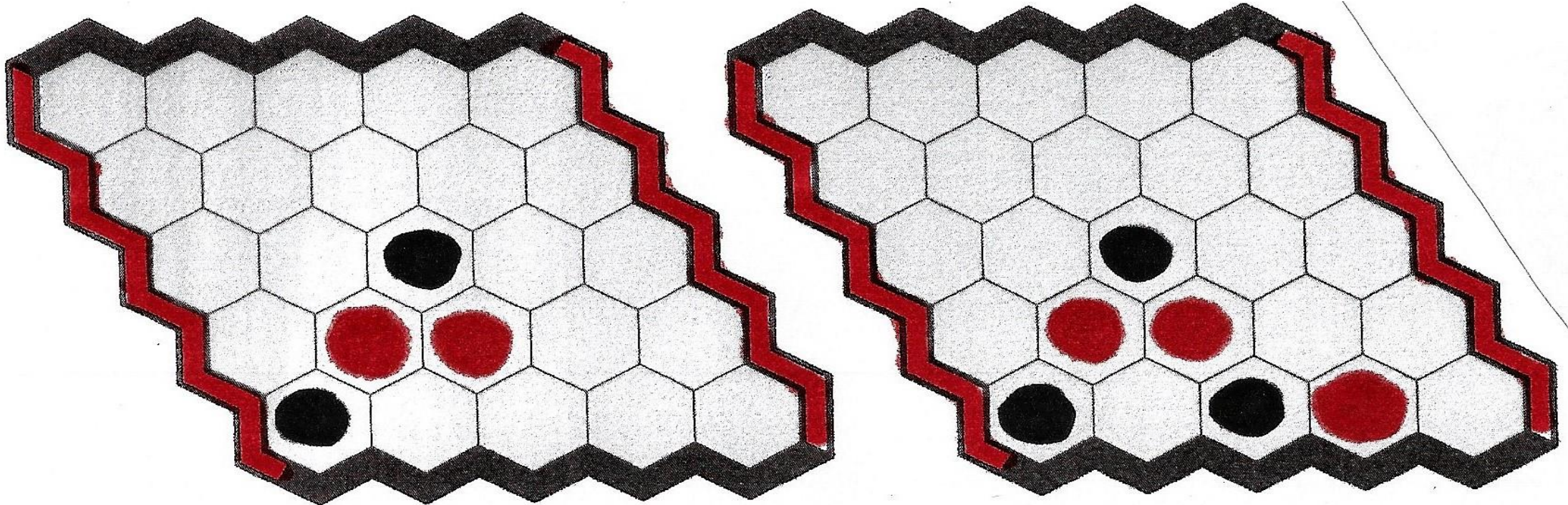


But why could RED not use the same trick?



NEW
PROBLEM:
BLACK to
play

Unpublished Lindhard 17 and
Politiken Problem 16, Jan.10 1943
(composed by Lindhard)



BLACK to play - in both cases there is exactly one winning move

Piet Hein citations about Polygon problems

- We receive daily heaps of letters from readers across the country, who has been playing the game on trains, in lunchrooms and shelters
- We receive requests to make puzzles more difficult ... accompanied by incorrect solutions to earlier puzzles...
- Polygon puzzles seem to provide glittering examples of the psychological fact that there is a great similarity between solving a puzzle and not understanding it..

Piet Hein marries 1942 and is ridiculed/threatened First son Jan is born in the beginning of January 1943



In the summer of 1942 Piet Hein marries Nena Conheim, a Jewish refugee from Germany. Their first son Jan is born in the beginning of January 1943.

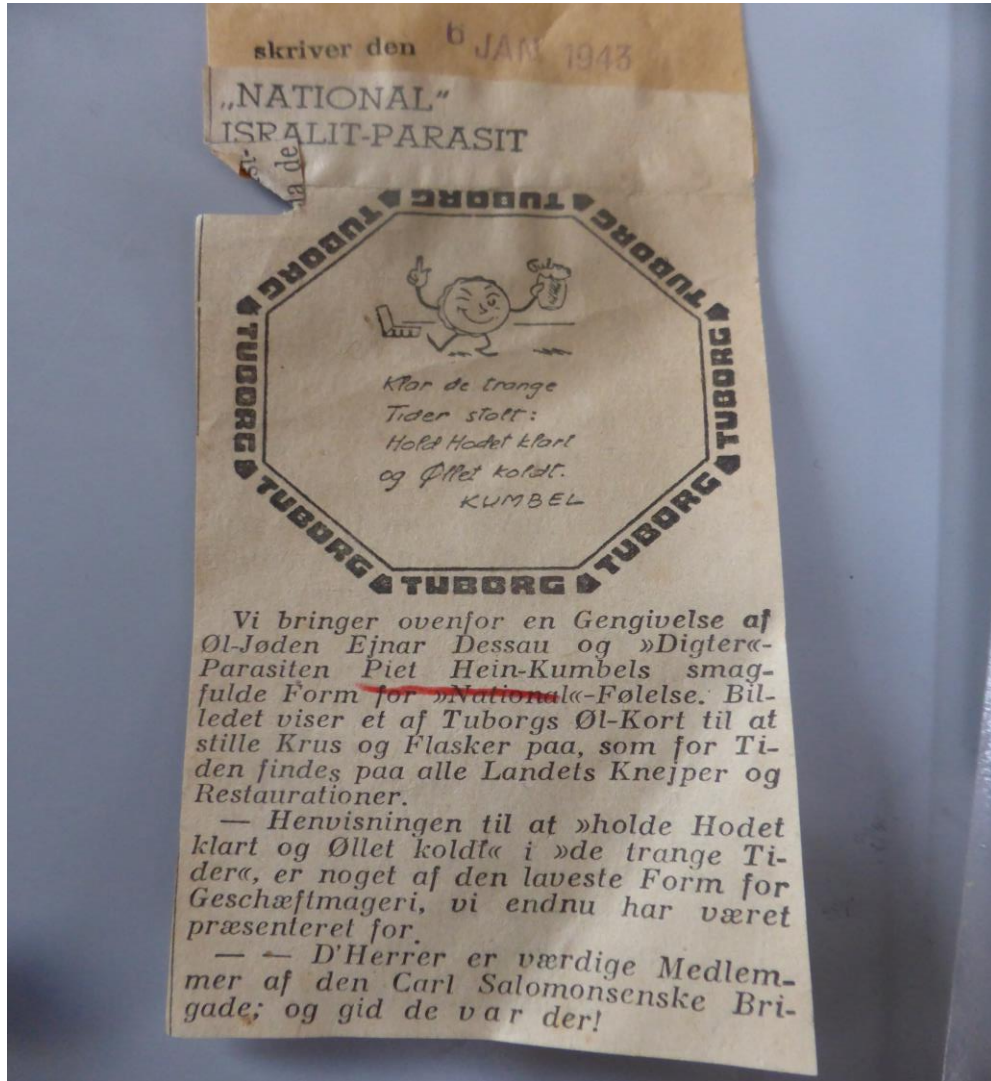
The weekly magazine KAMPTEGNET (The Sign for Fight) brings (in January 1943) a very negative account of the marriage, Nena's background and Piet Hein's activities. It ends:

If you do not yet believe that Politiken is the most appalling Jewish newspaper, then read Piet Hein's contribution on Jan. 14, 1943.

Denmark for Danes

One does not talk with jews, but about jews

Fædrelandet, January 6, 1943 : National-Isralit-Parasit



- Get through the hard times
 - Strong and bold
 - Keep your head clear
 - And your beer cold
-
- *The advice to keep your head clear in the hard times is the lowest form of racketeering we have seen...these gentlemen (Tuborg beer-jew Dessau and poet-parasit Hein) are worthy members of the Salomon brigade – and we wish they were there!*
 - (Carl Salomon was a Jewish businessman who had committed suicide in 1942)

Piet and Nena escape to Sweden in Sept.-Oct. 1943 - a very close call ! Second son Anders is born in Stockholm in Dec. 1943

PIET HEIN, HOTEL BELLEVUE, BERGER JARLSGATAN 14, STOCKHOLM.

Den 15. Oktober 1943.

Kære Jens Lindhard !

Vi er på Vej til min Kones Hjemland Argentina. Som De vist ved har min Kone været meget syg paa Grund af vort kolds Klima - Kjøledæknbetændelse - og vi har i 1½ Aar gerne villet følge Lægernes Raad at rejse nedad. Nu er endelig Papirerne i Orden, og vi maa lægge Rejsen netop nu for at nå derned før vores næste Børne Fødsel.

Dette nærmest til Forklaring af at Brevet kommer herfra.

1.) Jeg skylder Dem 32 eller 40 Kroner. Gider De henvende Dem til Redaktør Stephansen med dette Brev, saa faar De dem.

2.) Sammentids er man parat til saa snart som muligt ~~at~~ at udgive det Polygonhefte, som skal introducere Begyndere i Spillet. Nu kan jeg altsaa ikke formidle Stoffet fra Deres sprængte Kundekabspotential til den almindelige massebaade Uvidenhed, som jeg mener at have særlige Forudsætninger for at repræsentere. Jeg haaber De vil mobilisere Deres Fantasi, og sammen med Steph give Vidommen en tilgængelig Form. Det bliver jo ikke meget Arbejde. Snak med ham om det. Han kan træffe Aftale med Dem om Honoreringen som nu naturligvis bliver højere end om jeg skulde redigere Heftet, selv om jeg naturligvis gerne som Spillet's Ophav vil have en Aktie med.

Jeg har taget Deres Notater om Spillet med mig. De er forhøventligt lette at notere ned igen. Begn den Ulejlighed med ved Honorarstafalen !

3.) Gider De gøre mig den Tjeneste at meddele mig herop til hvilke Bure Opgaver der var gale i Avisen enten ved Deres eller min Skyld. De kan se Bladene paa Bladet. Der var vist 2-3 Stykker. De skal ikke skrive hvad der var galt, det finder jeg selv ud af.

Har det godt ! Tak for godt Samarbejde og forhøventligt paa Gensyn
engang !

Hilsen fra min Kone,
Deres hengivne
Piet Hein.



We are on our way to my wife's home country Argentina. As I think you know my wife has been very ill because of the cold climate – inflammation of the renal pelvis – and we have for 1½ years wanted to follow doctors advice to travel down there. Now finally the papers are in order, and we must travel right now to reach there before our next child is born.

Extracts from Piet Hein's letter, Nov. 15 1943

- I owe you 40 crowns. Please present yourself to editor Stephensen with this letter. Then you get your money.
- At the same place they are ready to publish, as soon as possible, a Polygon booklet, to introduce beginners to the game. But I am really not able to pass your immensely learning-potential on to the ordinary gaping ignorance, that I think I have a special qualification to represent. I do hope that you will mobilize your fantasy, and together with Steph give wisdom an accessible form. It will not be much work. Talk to him about it. He can make an agreement with you about payment, which of course will be higher than if I myself should edit the booklet, even if I as the originator of the game would like to have a share in it.
- I have brought your notes on the game with me. They are hopefully easy to write down again. Count this trouble in the agreement about the honorarium!
- Will you do me the favor to inform me up here what the numbers of wrong problems in the newspaper were, either by your or my fault. You may see the newspapers at the newspaper. It was I think 2 or 3. You shall not tell me what was wrong, that I shall find out myself.
- Be well! Thank you for fine cooperation and hopefully we shall see each other sometime again!
- Greetings from my wife, Yours sincerely Piet Hein

En route to Argentina 1944

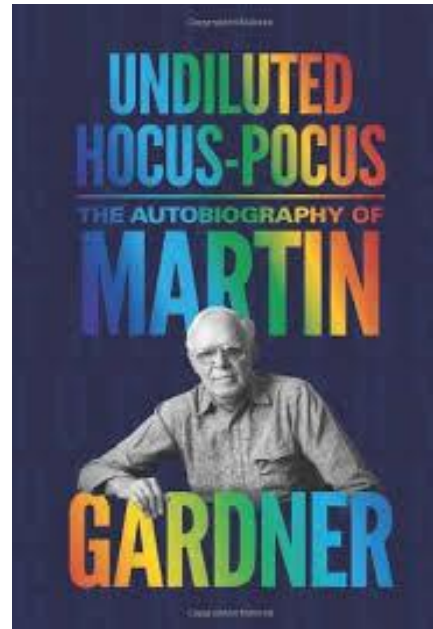
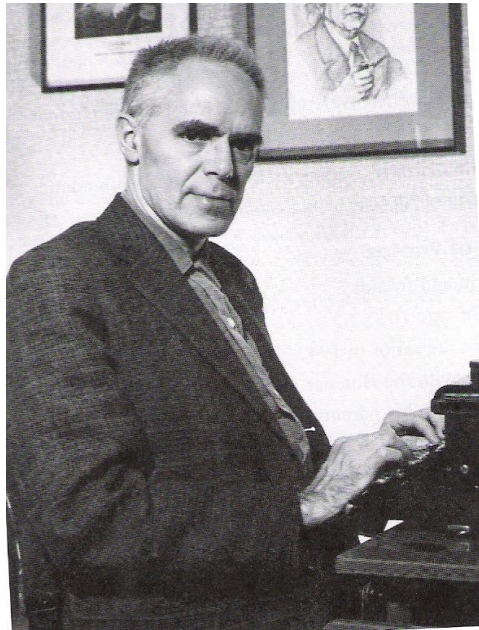


Jan and Anders in Argentina 2015

Born January and December 1943



Martin Gardner (1914-2010) , with Piet Hein and John Nash, gave rebirth to Hex in 1957 (Scientific American)



- Piet Hein:
- Black earth turned into
- Yellow Crocus
- Is undiluted
- Hocus pocus

**Persi Diaconis: Pick up anything he wrote.
You'll smile and learn something.**

Claude Berge (1926-2002) gave rebirth to Hex in France



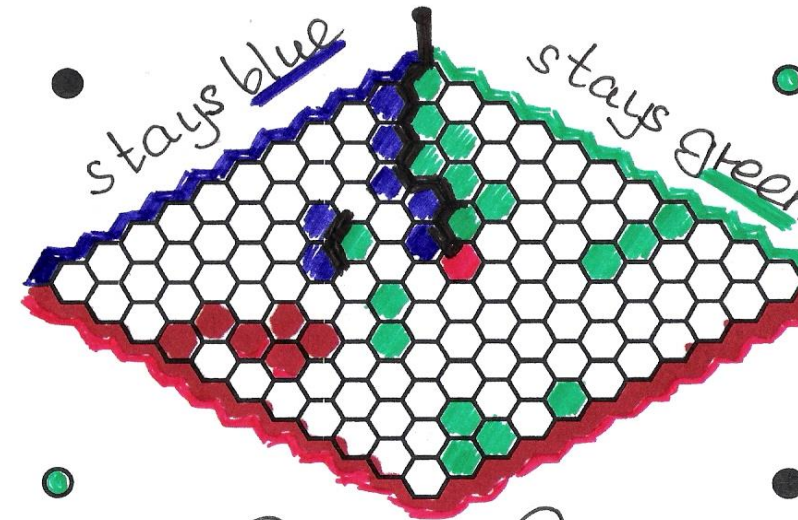
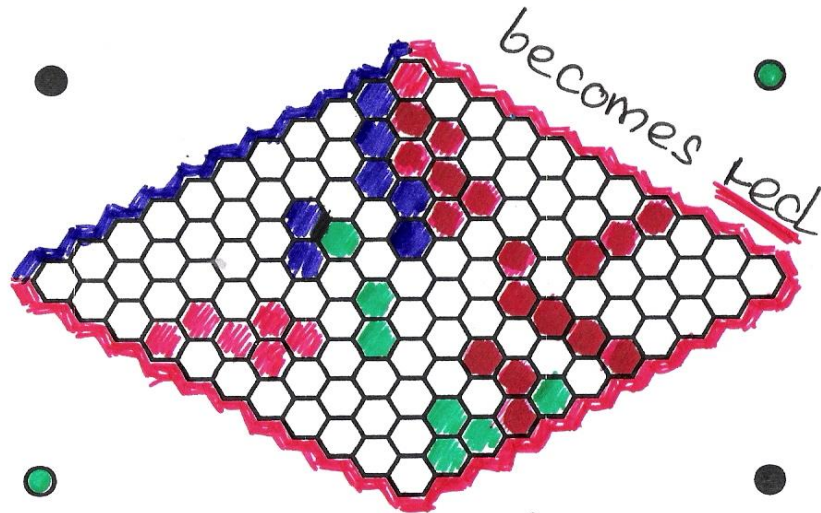
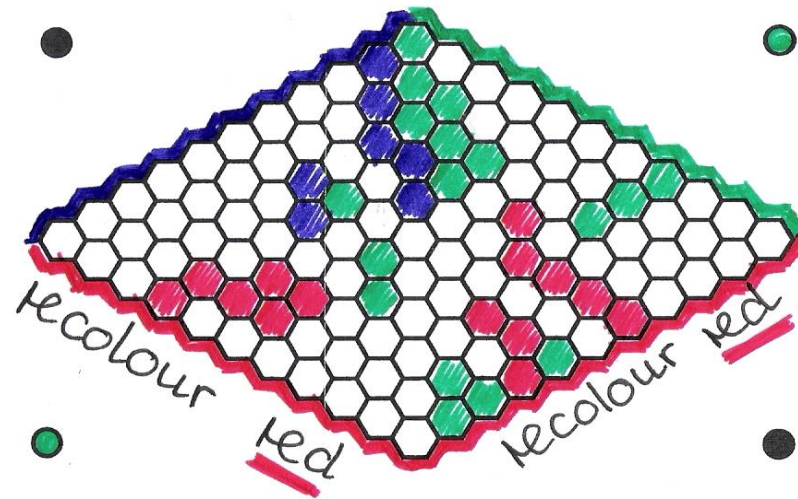
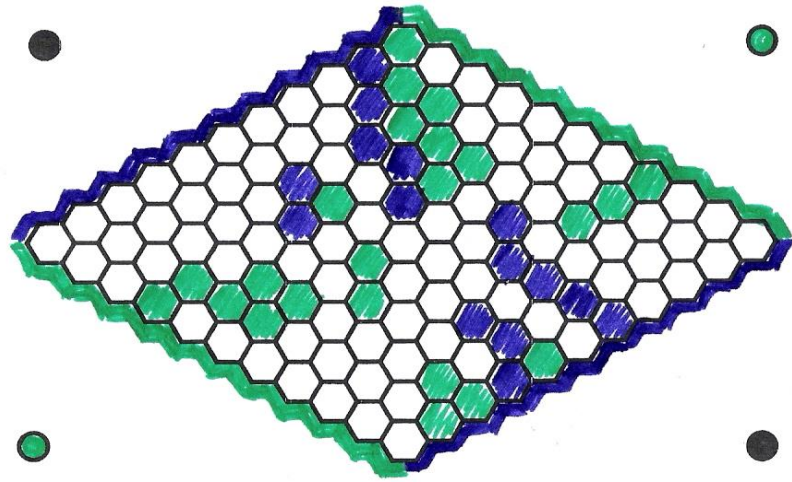
Claude Berge and Ryan Hayward 1992

*Claude Berge
Jean-Marie Pla
Neil Grabois
1974*

© Michel
Las Vergnas



2000
© Kathie Cameron



CASE 1
GIVES A GREEN PATH

CASE 2
GIVES A CONTRADICTION

The contradiction follows also from
SPERNER'S SIMPLEX LEMMA

Piet Hein's globe of the world



- Denmark seen from foreign land
- Looks but like a grain of sand.
- Denmark as we Danes conceive it
- Is so big you won't believe it.

THANK YOU !